**Chapitre 5 – Isométries en dimension 2 et 3**

Dans tout le chapitre, désigne un espace préhilbertien de dimension .

On rappelle que si est une famille de vecteurs de et est une base de , alors

où ,

Si est une autre base de si on note, et

Alors .

Donc

1. **Espaces euclidiens orientés**

On se fixe une b.o.n de .

Pour toute base orthonormée de , on sait que

Ainsi

Ainsi l’ensemble des bases orthonormées de peut donc s’écrire comme l’union disjointe :

On dit que a la même orientation que si .

On dit que inverse l’orientation de si .

La base est appelée base de référence pour l’orientation de .

Orienter l’espace euclidien consiste à choisir une b.o.n de de référence et adopter le vocabulaire suivant :

Définition : Soit un espace euclidien orienté par une base orthonormée . Soit une b.o.n de , on dit que la base est directe si et indirecte si

Remarque :

1. est une base directe puisque
2. L’ordre des éléments de la base orthonormée est important
3. À partir d’une b.o.n indirecte de , on peut toujours construire une b.o.n directe de en multipliant l’un des vecteurs par .

Produit mixte

Soit un espace euclidien orienté de dimension .

Propriété : Soit une famille de vecteurs de . Alors le déterminant est le même dans n’importe quelle b.o.n directe de . On le nomme le produit mixte de la famille et on le note b.o.n directe de .

Remarque :

Par propriétés des déterminants, on a :

la famille est liée

1. **Classification des isométries en dimension 2**

Dans toute cette partie, désigne un espace euclidien orienté de dimension 2.

**Rotation du plan orienté**

Théorème : Une isométrie directe du plan orienté a la même matrice dans n’importe quelle base orthonormée directe de . Plus précisément, il existe un réel , unique modulo , tel que b.o.n directe de ,

On dit alors que est la rotation d’angle et on la note

Remarque : comprendre l’unicité modulo comme suit, si tel que alors